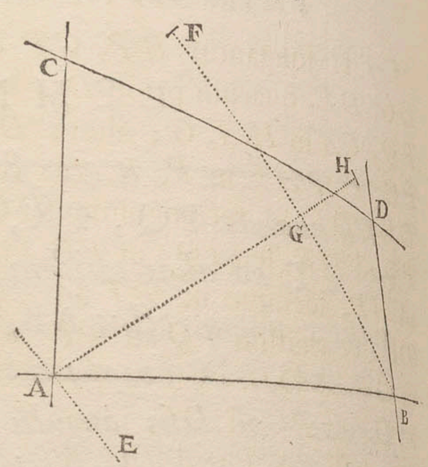
occurrentem loco in F. Invenietur autem punctum F per lem. XIX. Biſeca BF in G, & acta indefinita AG erit poſitio diametri ad quam BG & FG ordinatim applicantur. Hæc AG occurrat loco in H, & erit AH diameter ſive latus tranſverſum, ad quod latus rectum erit ut BGq ad $AG \times GH$. Si AG nuſquam occurrit loco, linea AH exiſtente infinita, locus erit parabola,



& latus rectum ejus ad diametrum AG pertinens erit $\frac{BGq}{AG}$. Sin ea alicubi occurrit, locus hyperbola erit, ubi puncta A & H ſita ſunt ad eaſdem partes ipſius G: & ellipſis, ubi G intermedium eſt, niſi forte angulus AGB rectus ſit, & inſuper BG *quad.* æquale rectangulo AGH, quo in caſu circulus habebitur.

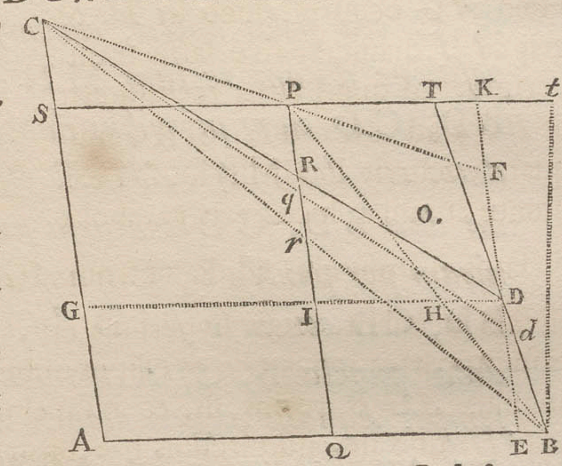
Atque ita problematis veterum de quatuor lineis ab *Euclide* incœpti & ab *Apollonio* continuati non calculus, ſed compoſitio geometrica, qualem veteres quærebant, in hoc corollario exhibetur.

LEMMA XX.

Si parallelogrammum quodvis ASPQ *angulis duobus oppoſitis* A *&* P *tangit ſectionem quamvis conicam in punctis* A *&* P; *&* *lateribus unius angulorum illorum infinite productis* AQ, AS *occurrit eidem ſectioni conicæ in* B *&* C; *a punctis autem occurſuum* B *&* C *ad quintum quodvis ſectionis conicæ punctum* D *agantur rectæ duæ* BD, CD *occurrentes alteris duobus infinite productis parallelogrammi lateribus* PS, PQ *in* T *&* R: *erunt ſemper abſciſſæ laterum partes* PR *&* PT *ad invicem in data ratione. Et contra, ſi partes illæ abſciſſæ ſunt ad invicem in data ratione, punctum* D *tanget ſectionem conicam per puncta quatuor* A, B, C, P *tranſeuntem.*

Caſ.

Caſ. 1. Jungantur BP, CP & a puncto D agantur rectæ duæ DG, DE, quarum prior DG ipſi AB parallela ſit & occurrat PB, PQ, CA in H, I, G; altera DE parallela ſit ipſi AC & occurrat PC, PS, AB in F, K, E: & erit (per lem. XVII.) rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$ in ratione data. Sed eſt PQ ad DE (ſeu IQ) ut PB ad HB, ideoque ut PT ad DH; & viciſſim PQ ad PT ut DE ad DH. Eſt & PR ad DF ut RC ad DC, ideoque ut (IG vel) PS ad DG, & viciſſim PR ad PS ut DF ad DG; & conjunctis rationibus fit rectangulum $PQ \times PR$ ad rectangulum $PS \times PT$ ut rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$, atque ideo in data ratione. Sed dantur PQ & PS, & propterea ratio PR ad PT datur. *Q. E. D.*



Caſ. 2. Quod ſi PR & PT ponantur in data ratione ad invicem, tum ſimili ratiocinio regrediendo, ſequetur eſſe rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$ in ratione data, ideoque punctum D (per lem. XVIII.) contingere conicam ſectionem tranſeuntem per puncta A, B, C, P. *Q. E. D.*

Corol. 1. Hinc ſi agatur BC ſecans PQ in r, & in PT capiatur Pt in ratione ad Pr quam habet PT ad PR: erit Bt tangens conicæ ſectionis ad punctum B. Nam concipe punctum D coire cum puncto B, ita ut, chorda BD evaneſcente, BT tangens evadat; & CD ac BT coincident cum CB & Bt.

Corol. 2. Et vice verſa ſi Bt ſit tangens, & ad quodvis conicæ ſectionis punctum D conveniant BD, CD; erit PR ad PT ut Pr ad Pt. Et contra, ſi ſit PR ad PT ut Pr ad Pt: convenient BD, CD ad conicæ ſectionis punctum aliquod D.

Corol. 3. Conica ſectio non ſecat conicam ſectionem in punctis pluribus quam quatuor. Nam, ſi fieri poteſt, tranſeant duæ conicæ ſectiones per quinque puncta A, B, C, P, O; eaſque ſecet recta BD in punctis D, d, & ipſam PQ ſecet recta Cd in q. Ergo PR eſt ad

PT